Kreativität und das rigorose Chaos

Einführung 3. Teil

Gottlieb GUNTERN

Transskalare Selbstähnlichkeit

Man hat seit jeher gewußt, daß Systeme oder Teilsysteme selbstähnlich sein können. Man kannte links-rechts-Symmetrien, oben-unten-Symmetrien und innen-außen-Symmetrien und benutzte diese auch reichlich in der Architektur und anderswo. Daß es aber auch vom mikroskopischen Bereich der Atome bis hinauf zum megamakroskopischen Bereich von ganzen Galaxien über alle Hierarchiestufen (Skalen) der Komplexität hinweg strukturelle Selbstähnlichkeiten *(transscalar sef-similarities)* gibt, ist in der Wissenschaft ein neuer und völlig überraschender Befund, den wir der Chaostheorie und vor allem dem Werk des genialen Mathematikers Benoit Mandelbrot verdanken, dessen *fraktale Geometrie* uns solche Selbstähnlichkeiten visuell zu demonstrieren vermag.

Bereits die Allgemeine Systemtheorie ist dieser Idee auf die Spur gekommen. Sie hat nämlich das Konzept der *isomorphen Strukturen* formuliert. Es besagt, daß Strukturen dann isomorph sind, wenn sie, ganz unabhängig von der materiellen Komposition ihrer Bestandteile, auf der Grundlage eines strikt analogen Wirkungsmechanismus zustandegekommen. Solche isomorphen Strukturen finden wir z. B. im gesamten Alpengebiet, wo oben in den Bergen konisch-konkave, sich nach unten verjüngende Krater existieren und unten im Tal konisch-konvexe Buckel mit flacher Krümmung, die sich nach unten hin verbreitern und als fruchtbare Felder der Landwirtschaft dienen. Diese selbstähnlichen Strukturen kommen durch die gleichen Wirkungsmechanismen (Molekularpackung, Erosionskräfte, Schwerkraft etc.) zustande. Es gibt aber auch isomorphe Strukturen, die formal nicht selbstähnlich sind. Ein atmender Organismus, brennendes Holz und rostendes Eisen sind ebenfalls isomorphe Strukturen. Der ihnen zugrundeliegende, strikt analoge Wirkungsmechanismus ist die chemische Oxydation oxydierbarer Materie.

Transskalare Selbstähnlichkeiten finden sich in allen möglichen Strukturen und Prozessen, so z. B. in den Verästelungen von Broccoli-Stauden, Bäumen, Blitzen, Mündungsgebieten von Flüssen, Wasserwirbeln in einer Röhre, Darmzotten, Nervenfasern, Blutgefäßen und Bronchien. Sie finden sich im marmorierten Kuchenteig, im Herzrhythmus und in der Telefonübertragung von Signalen zwischen Computern. Man findet sie in Erdbeben und in Wolken. Man findet sie, wie Gerd Binnig schreibt, in den sogenannten Ursuppen, aus denen vor ca. 3,5 Milliarden Jahren das Leben entstand. Erstaunlich und unsere Imagination beflügelnd ist in dieser Hinsicht die überraschende Beobachtung von Cramer:

„Vom Prinzip her gesehen ist ein Baum ein verlangsamter Blitz. Die Zeitskala ist etwa 10^{12} mal langsamer."

Der Physiker Mitchell Feigenbaum, der nach transskalaren Strukturen in Wolken, im aufsteigenden Rauch seiner Zigaretten und im stets wechselnden Formenspiel von Wasserfällen in der Nähe von Los Alamos, New Mexico, suchte, beschrieb seine neue Beobachtungsmethode, die dem klassischen analytischen Drang nach der Beobachtung immer kleinerer Details diametral gegenübersteht, folgendermaßen:

„Man muss nach verschiedenen Möglichkeiten Ausschau halten. Man muss nach maßstabsübergreifenden Strukturen suchen
— wie verhalten sich große Details zu kleinen Details. Man schaut sich Strömungsstörungen an, komplizierte Strukturen, in denen Komplexität aus einem stetigen Prozess hervorgeht. Ab einem bestimmten Grad kümmern sie sich kaum noch darum, wie groß der ganze Prozess ist — egal, ob so groß wie eine Erbse oder wie ein Basketball. Der Prozess kümmert sich nicht darum, wo er gerade steckt, und noch weniger, wie lange er schon anhält. Die einzigen Dinge, die je universal sein können, sind maßstabsübergreifende Dinge."

Die fraktale Geometrie erlaubt es, wie der Beitrag von Mandelbrot zeigt, selbstähnliche Strukturen und deren Entstehungsweise erstaunlich einfach zu erklären. Vergrößert man ein Detail einer fraktalen Struktur, dann tauchen immer wieder die gleichen selbstähnlichen Strukturen auf, in denen das Kleinste dem Größten gleicht. Die visuelle Demonstration solcher Strukturen *(Mandelbrot sets)* gelang vor allem Heinz-Otto Peitgen und Peter H. Richter, deren Computerbilder selbstähnlicher Strukturen nicht nur die Imagination von Spezialisten anfeuern, sondern auch das allgemeine Publikum begeistern und inzwischen sogar zu einer eigenständigen Kunstform geführt haben. Ihre Bilder vermitteln einen intuitiven Einblick in den Mutterbauch des Universums, in den Nährboden und die Plazenta der Schöpfung. Diese Bilder dienen unter anderem auch der Aus- und Fortbildung unserer Intuition, die visuell funktioniert. Damit leisten sie einen Beitrag zur Kulturgeschichte, der weit über die Wissenschaft hinausgeht und schlichtweg für sämtliche kreativen Prozesse des Menschen relevant wird.

Sensitive Abhängigkeit

Das Konzept der *sensitiven Abhängigkeit von Rand- oder Anfangsbedingungen,* nach Lorenz (der diese Phänomene als überraschenden Effekt in iterativen mathematischen Gleichungen fand) auch *Schmetterlingseffekt* genannt, besagt, dass kleinste Veränderungen in den Anfangs- oder Randbedingungen eines Systems zu großen Veränderungen in den Resultaten führen können. Dieser

Sachverhalt impliziert somit, dass der Mensch beim Eingriff in komplexe, dynamische Systeme (z. B. Genmanipulation, Kernenergie, Eingriffe in ökologische Zyklen) äußerst vorsichtig sein muss. Eine allzu schnelle Intervention auf der Basis vorläufiger Erkenntnisse kann verheerende Wirkungen zeitigen. Aber selbst wenn unsere Kenntnisse auf einem spezifischen Gebiet „vollständig" wären, könnte der Schmetterlingseffekt jederzeit für unliebsame Überraschungen sorgen. Die Chaostheorie offeriert uns somit unter anderem eine Lektion der Subtilität!

Es gibt einen mathematischen Berechnungsmodus, der es erlaubt, aufzuzeigen, wie und wie schnell in Systemen mit sensitiver Abhängigkeit von Anfangs- oder Randbedingungen die Ereignispfade auseinander- oder aufeinander zu streben können. Der russische Mathematiker Ljapunow hat den nach ihm benannten *Ljapunow-Exponenten* entdeckt, der es erlaubt, selbstähnliche Strukturen (z. B. in den bioelektrischen Hirnströmen, in der turbulenten Strömung von Flüssen) im Hinblick auf den Grad ihrer Ordnung bzw. Unordnung zu vergleichen. Er erlaubt es zu messen, wie sich kleine Fehler im Lauf der Zeit nichtlinear, exponentiell vergrößern. Er erlaubt es zu quantifizieren, wie schnell sich benachbarte Punkte in einem Ereignisstrom (z. B. Autos auf der Autobahn, Ölschlieren in einem Fluss) voneinander entfernen.

Aber bei aller Berechenbarkeit gewisser Teilaspekte sorgt der Schmetterlingseffekt eben doch immer wieder für Überraschungen. Wie groß die sensitive Abhängigkeit komplexer, dynamischer Systeme von Anfangs- oder Randbedingungen ist, suggeriert folgende Überlegung von Crutchfield, Farmer, Packard und Shaw, die zu den Pionieren der Chaostheorie gehören und die sich fragten, wie weit man die Wirkung einer angestoßenen Billardkugel auf andere Billardkugeln berechnen könne:

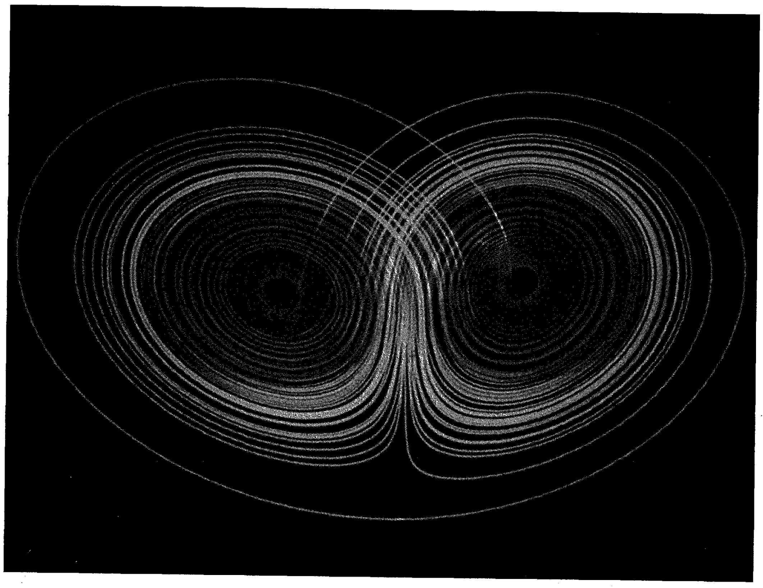
„Wie weit könnte ein Spieler, der seinen Stoß absolut unter Kontrolle hat, die Bahn der Kugel vorhersagen? Vernachlässigte er auch nur einen so winzigen Effekt wie die Schwerkraft eines Elektrons am Rande des Milchstraßensystems, so würde die Vorhersage nach einer Minute falsch!" Dies ist so, weil alle möglichen Umweltbedingungen (nicht perfekter Rundheitsgrad der Kugel, Beschaffenheit des grünen Filzes, Neigung des Tisches, Unebenheiten der Tischfläche, Positionen der anderen Kugeln, Luftdruck und Feuchtigkeit im Spiel- Zimmer, die Explosion einer Supernova im Kosmos usw.) sowie die organismischen Bedingungen des Spielers (Kraft, Muskeltonus, Trainingszustand, seelische Befindlichkeit, Konzentration usw.) seinen Stoß und damit die Interaktionen der Kugeln mitbestimmen.

Attraktoren

Wir haben weiter oben bereits definiert, was ein *Attraktor* ist. Es gibt verschiedene Formen von Attraktoren. Ein normales Pendel, das in Schwung gesetzt wird, schwingt im Phasenraum hin und her, bis schließlich Schwerkraft und Reibungskräfte seine Energie auffressen und es auf dem tiefsten Punkt seiner Ereignisbahn zum Stillstand kommt. Es besitzt somit einen *punkförmigen Attraktor.* Das Pendel einer Uhr, in der irgendeine Energiequelle laufend für die Überwindung der Wirkungen von Schwerkraft und Reibungskräften sorgt, beschreibt eine Kreisbahn im Phasenraum, einen sogenannten Grenzzyklus, und besitzt deshalb einen *Grenzzyklus-Attraktor.* Die Schwingungsroute ist immer mehr oder weniger gleich. Die Pendelbewegung kann zwar vorübergehend gedämpft oder anderswie gestört werden, wird dann aber wieder auf ihren Grenzzyklus zurückkehren. Solche annähernd stabilen dynamischen Systeme mit dem eben beschriebenen Beharrungs- oder Gleichgewichtsvermögen werden *asymptotisch stabil* genannt. Viele Beutetier-Räuber-Populationen (z. B. Forellen und Rechte) schwanken im Lauf der Jahre in einem Grenzzyklus. Ein berühmtes Beispiel dafür ist die zyklische Entwicklung von Luchsen und Schneehasen auf Neufundland. Auf dieser kanadischen Insel ernährt sich der Luchs abwechselnd, d. h. je nach Zahl der vorhandenen Tiere, von Karibu-Kälbern oder Schneehasen. Er wechselt in einem relativ stabilen Zehn-Jahres-Rhythmus (jeweils auf dem Gipfel der Beutetierentwicklung) auf die neue Beute um, so dass sich die andere Beuteart wieder erholen kann.

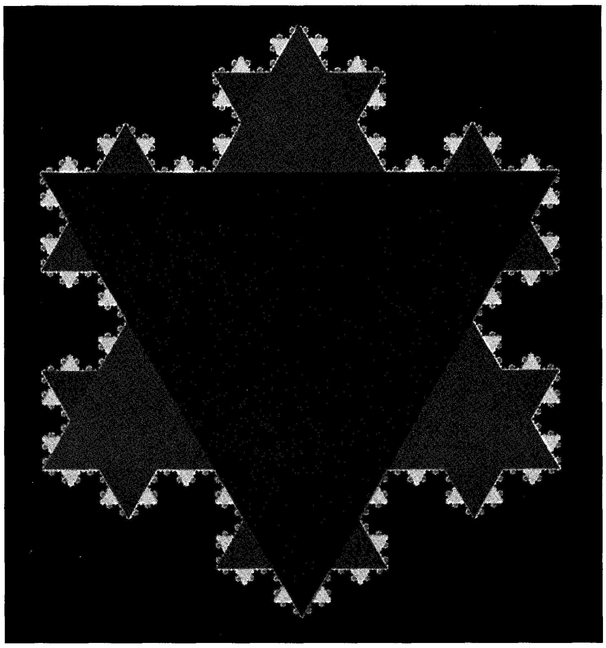
Der Attraktor, der ein kombiniertes Pendel auf seine Bahn zieht, ist ein *Torusattraktor,* den man sich wie einen vollgepumpten Autoschlauch oder einen Schwimmring vorstellen muss. Hier läuft die Bewegung in redundanten Schlaufen um eine große Kreisbahn herum und rotiert gleichzeitig in redundanten Mikroschleifen um die Röhre des Torus.

Ein Attraktor, der so viele Freiheitsgrade enthält, dass sich keine einzige Bewegung je genau wiederholt, und der plötzlich auftretende und totale Richtungsveränderungen der Ereignisse erlaubt, wird nach Ruelle und Takens *seltsamer Attraktor (strange attractor)* genannt. Bekannt ist der seltsame Attraktor von Lorenz. Die Bewegungstrajektorie auf einem seltsamen Attraktor verläuft nie zweimal genau gleich. Wie die Abbildung des schmetterlingsförmigen *Lorenz-Attraktors* illustriert, kann die Bewegung lange in einer relativ redundanten Art und Weise vor sich gehen. Aber auf einmal, und man kann nicht voraussagen wann, springt sie aus ihrer habituellen Umlaufbahn heraus und schlägt eine völlig neue Richtung ein, wo sie dann wieder lange auf redundante Art und Weise weiterläuft. Das Wetter ist ein Prototyp chaotischer Systeme, wie wir alle aus leidvoller Erfahrung wissen. Es ist, wie Briggs und Peat formulieren, „lokal unvorhersagbar, aber global stabil". Mit anderen Worten, es ist ganz sicher irgendwo auf einem seltsamen Attraktor zu finden, und insofern ist es global stabil. Man kann aber nie voraussagen, wo genau auf diesem seltsamen Attraktor es sich zu einer bestimmten Zeit und an einem konkreten geographischen Ort der Erde befinden wird, und insofern ist es „lokal" unvorhersagbar.



Chaotische Systeme mit seltsamen Attraktoren sind beispielsweise die Entwicklung von Wolkengebilden; Veränderungen der Zustandsgrößen (z. B. Temperatur, Druck, Feuchtigkeit, Ionisation, Bewegungen der Luftmassen) in der Atmosphäre (Wetterentwicklung); Turbulenzen im Zigarettenrauch, in einer Ölleitung, in den Wogen des Meeres und in den Wirbeln, die sich um einen Stein im Bachbett oder unterhalb eines Wasserfalls bilden; Turbulenzen bei einer Flagge, die vom Wind bewegt wird, in der Aktivität des Hirns oder des Herzens, in der Entwicklung menschlicher Beziehungen, die unerwartet vom Frieden in den Konflikt umschlagen können, im Verlauf von Aktienkursen, in der Entwicklung vieler Wildtierpopulationen und, wie wir bereits gesehen haben, in der Evolution des Sonnensystems.

Überhaupt gehört die gesamte geophysikalische, biologische und kulturelle Evolution zu den chaotischen Systemen; würde sie nicht einem seltsamen Attraktor folgen, wäre nie etwas Neues entstanden. Hätte sich, um nur ein Beispiel zu nennen, die biologische Evolution nach dem Erscheinen der Zyanobakterien oder blaugrünen Algen, die vor ca. 3,5 Milliarden Jahren unsere Ozeane zu bevölkern begannen, nicht auf einem seltsamen Attraktor bewegt, hätte die Entwicklung höherer Lebewesen nie stattgefunden und man würde heute keine Diskussionen über menschliche Kreativität veranstalten können.



Interessant für das Verständnis bestimmter Krankheitsverläufe sind die Befunde von William M. Schaffer. Er konstruierte dynamische Computermodelle von Windpocken und Masern anhand eines gedämpften, angetriebenen Pendels. Dieses Pendel wird jeweils von der vermehrten Ansteckung bei Schulanfang in Gang gesetzt und unterhalten und dann von der Immunabwehr der Kinder abgedämpft. Aufgrund seiner Modelle sagte Schaffer voraus, dass die Windpocken ein zyklisches Verhalten an den Tag legen würden, die Masern hingegen ein chaotisches Verhalten. Bisher hatten Epidemiologen angenommen, dass die Entwicklung von Masernepidemien völlig zufällig erfolge. Schaffer, die Technik der Phasenraum-Konstruktion benutzend, fand, dass die Masern einem seltsamen Attraktor mit der fraktalen Dimension von ca. 2,5 folgen.

Hier ist eine kurze Erklärung der fraktalen Dimension geometrischer Objekte (z. B. Attraktoren) angebracht. Mit Hilfe der sogenannten *Ähnlichkeitsdimension* kann man viele geometrische Objekte kennzeichnen und untereinander vergleichen. Wenn man beispielsweise die Seitenlänge eines zweidimensionalen Quadrates verdoppelt, wird das daraus entstehende, neue Quadrat viermal größer sein. Die Ähnlichkeitsdimension D läßt sich in diesem Falle folgendermaßen definieren: D = 2, weil $2^2 = 4$. Verdoppeln wir bei einem dreidimensionalen Würfel die Seitenlänge, entsteht ein neuer Würfel, der achtmal größer als der alte ist. Die Ähnlichkeitsdimension D beträgt in diesem Falle 3, weil $2^3 = 8$. Nun gibt es aber Objekte, die weder ein—, noch zwei—, noch dreidimensional sind, sondern eine (gebrochene) Dimension irgendwo zwischen 1, 2 oder 3 aufweisen. Dazu gehören die fraktalen Objekte. Ein typischer Fall ist die nach ihrer Erstbeschreiberin Helga von Koch benannte *Kochsche Kurve*. Man nimmt eine gegebene Linie und ersetzt das mittlere Drittel durch ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge des herausgenommenen Teilstücks. Diesen Prozess kann man ad infinitum wiederholen. So entsteht schließlich ein Gebilde mit der Ähnlichkeitsdimension D = 1,2618...

Man hat inzwischen viele Dimensionen fraktaler Objekte gekennzeichnet, die man in *komplexen,* dynamischen Systemen findet, die vom deterministischen Chaos regiert werden:

Röntgenstrahlemissionen von Neutronensternsystemen (D = 2,4), Lorenz-Attraktor (D = 2,06), menschliches Hirn (D = 2,73 — 2,79), Cantor-Menge (D = G,6309...), Sierpinski-Dreieck (D = 1,5849...), Hénon Attraktor (D = 1,26), Cantor-Attraktor im Feigenbaum-Diagramm (D = 0,538).
Welche Rolle *seltsame Attraktoren* im Rahmen der menschlichen Kreativität spielen, wollen wir am Schluss dieser Einführung (s. Kapitel 7) näher untersuchen.

Turbulenzen

Wir haben alle schon Turbulenzen (z. B. Gewitterstürme; Wasser in einer Röhre, die zu klopfen beginnt; stürmische Beziehungsverläufe bei Menschen; wild schäumender Bergbach nach einem Wolkenbruch; Wirbel am Fuße eines Wasserfalls; etc.) erlebt. Und wir haben uns vermutlich auch schon gefragt, wie diese seltsamen und hochredundanten Ereignisse zustandekommen.

Auch die Wissenschaft hat sich natürlich gefragt, woher die Turbulenzen kommen. In den dreißiger Jahren konstruierte der russische Mathematiker A. N. Kolmogoroff ein Modell, das zu verstehen half, wie Wirbel in einer Flüssigkeit funktionieren. Sein Modell beschrieb, wie die Bewegungsenergie sich von Wirbel zu Wirbel nach unten hin (zu den kleinsten Wirbeln hin) immer mehr verliert (man spricht in der Physik von *Dissipation der Energie),* bis sie schließlich von der Viskosität des sie umgebenden Wassers völlig absorbiert wird.

Wenn die Turbulenzen von Wirbeln so endeten, wie begannen sie dann? Der Physiker und Nobelpreisträger Lev Landau ging dieser Frage in den vierziger und fünfziger Jahren nach und kam in einem Artikel mit dem Titel „On the Problem of Turbulence“ zu einer Schlussfolgerung, die lange als verbindlich angesehen wurde.

Jedes Gas und jede Flüssigkeit besteht aus unendlich vielen Elementarteilchen. Jedes dieser Teilchen kann, je nach Energiezustand, mit einer gewissen Frequenz schwingen. Bei derart vielen Teilchen sind die Freiheitsgrade eines Gas- oder Flüssigkeitsgemischs dann natürlich unendlich groß. Aber jedes Teilchen hängt in seiner Bewegung wiederum von den anderen Teilchen in seiner Umgebung ab. In einer gleichmäßigen *laminaren Strömung* sind die Freiheitsgrade beschränkt, in turbulenten Strömungen hingegen nicht. Nach Landau entstand eine Turbulenz, indem sich langsam, Schritt für Schritt, Schwingungsrhythmen mit unterschiedlicher Amplitude und Frequenz überlagerten. Diese Theorie war zwar mathematisch ohne Belang, aber sie schien den Fakten Genüge zu tun. „Landaus

Paradigma bot“, wie Gleick es ironisch ausdrückt, „eine Möglichkeit, die Würde auch mit hilflos erhobenen Händen zu bewahren“.

1971 schrieben dann der Physiker Ruelle und der Mathematiker Takens eine Arbeit mit dem Titel „On the Nature of Turbulence“, worin sie Landaus Bild vom Entstehen der Turbulenzen verwarfen — und gleichzeitig den Begriff des *seltsamen Attraktors* einführten. Sie schlugen ein Modell vor, in dem drei voneinander unabhängige Bewegungen bereits genügten, um das komplexe Bild der Turbulenz entstehen zu lassen. Turbulenzen entstanden nicht langsam und durch ein stetiges, gleichmäßiges Aufeinanderschichten verschiedener Rhythmen, sondern in einer plötzlichen Phasentransition. In einem genialen Experiment wies 1977 der Physiker Albert Libchaber in Paris die Richtigkeit dieser Theorie nach. Er benutzte dazu ein Phänomen, das uns allen bekannt ist: die sogenannte *Bénard-Konvektion*. Siedet man in einem Kochtopf Wasser, dann beginnt die Temperatur unten an der Herdplatte zu steigen. Diese Temperaturzunahme wird im Wasser zuerst durch Wärmediffusion nach oben weitergegeben. Mit der Zeit beginnen jedoch Blasen aufzusteigen, und die Temperatur pflanzt sich durch Konvektion (Materialtransport) fort. Dann entstehen rollende Wasserbewegungen und schließlich die Turbulenz des ungeordneten Siedens. Libchaber baute eine Edelstahlkammer von minimalstem Ausmaß, die er mit Helium füllte und in der nur gerade zwei Konvektionsrollen Platz hatten. Mit anderen Worten, er hat „den Raum eingefroren, um mit der Zeit zu spielen“. Dann erwärmte er die untere Platte des Stahlzylinders und ließ die Hitze kontinuierlich ansteigen. Seine Messgeräte zeichneten die dabei entstehenden Bewegungen der Konvektionsrollen auf. Diese Aufzeichnungen zeigten eine Kaskade von Periodenverdoppelungen — 2, 4, 8, 16, 32 etc. —, ein sich kontinuierlich verzweigendes Muster von Schwingungen, bis schließlich auf einmal die Turbulenz erschien. Als sich Libchaber und Feigenbaum später trafen, wurde Libchaber klar, dass er die *Feigenbaumroute* ins Chaos beobachtet hatte, eine streng geordnete Kaskade von Periodenverdoppelungen, die schließlich in der totalen Turbulenz endet.

So also entstehen Turbulenzen. Aber warum entstehen sie? Sie entstehen, wie Briggs und Peat erläutern, weil in einem Gas oder in einer Flüssigkeit alle Teile innig mit allen anderen vernetzt sind. Dank Rückkoppelung pflanzt sich die Bewegung eines einzelnen Elementarteilchens (z. B. eines Gas— oder Wassermoleküls) auf alle anderen, mit denen es in Berührung kommt, fort. Der Weg ins Chaos der Turbulenzen ist somit nicht zufällig; er ist strikt geordnet, aber nicht voraussagbar; und er wird durch einen seltsamen Attraktor bestimmt. Komplexe, dynamische Systeme können über verschiedene Entwicklungspfade hinweg ins Chaos geraten. Einer davon ist die Periodenverdoppelung. Dieser Weg wurde von Grossmann und Thomae — und völlig unabhängig davon auch von Feigenbaum — entdeckt und von ihm mit einer universellen Konstante charakterisiert. Man spricht daher auch von der Feigenbaumroute oder dem *Feigenbaumszenario*. Wie Feigenbaum zu seiner Entdeckung gekommen ist, schildert er in seinem Beitrag selbst.